

Szczególna Teoria Względności

Krzysztof M. Graczyk

April 23, 2012

Abstract

Zadania należy przesłać na mój e-mail instytucyjowy. Winny być spisane w formacie LaTeX i przesłane w formacie pdf.

Problem 1. Rozważmy dwa układy inercjalne U oraz U' . Układ U' porusza się względem układu U z prędkością V . Przyjmijmy, że układ U' porusza się wzdłuż osi x układu U . Narysuj układ współrzędnych układu U tak aby oś pionowa zadawała współrzędne ct natomiast oś pozioma współrzędną x . Następnie bazując tylko na postulatach szczególnej teorii względności narysuj układ U' w układzie U . Mając osie układu U' , dokonaj ich wyskalowania. Skorzystaj z niezmienniczości interwału względem transformacji Lorentza.

Uwaga, zadanie należy wykonać bez korzystania ze wzorów na transformacje Lorentza. Zatem każdy rysunek należy dokładnie uzasadnić!

Problem 2. Szczególna teoria względności dopuszcza możliwość poruszania się z prędkościami większymi od prędkości światła. Hipotetyczne cząstki mające tę zdolność nazywamy Tachionami. Pokaż, że jeśli w jakimś inercjalnym układzie odniesienia Tachion ma prędkość $v > c$, to jest to spełnione w każdym innym układzie odniesienia. Co się dzieje z kolejnością przyczynowo-skutkową w przypadku Tachionu? Odpowiedź uzasadnij rachunkiem. Jak zdefiniować masę, pęd i energię hipotetycznego Tachionu?

Problem 3. Einsteinowskie prawo dodawania prędkości może mieć nieco uproszczoną postać, gdy zamiast prędkości V , będziemy używać wielkości w zdefiniowanej

$$\frac{V}{c} = \tanh w.$$

Zauważmy, że wielkość ta, podobnie jak w przypadku nierelatywistycznej prędkości przebiega od $-\infty < w < \infty$, gdy $-c < V < c$. Podaj "prawo składania prędkości" dla tej nowej wielkości.

Problem 4. Niech będzie źródło światła spoczywające w układzie U' , które generuje płaską falę świetlną scharakteryzowaną przez czterowektor k' . Światło ma częstość ω_0 . Układ U' wybieramy tak, aby promień światła poruszał się w płaszczyźnie (x', y') i tworzył z osią x' kąt θ' . Niech układ U' porusza się względem układu U wzdłuż jego osi x z prędkością V . Oblicz częstość światła mierzoną w układzie U ? Jak zależy ona od kąta θ (analog kąta θ' w układzie U'). W szczególności rozważ przypadek, w którym światło dochodzi do obserwatora w układzie U pod kątem prostym względem osi x . Efekt ten nazywany jest poprzecznym zjawiskiem Dopplera pojawiającym się tylko w teorii relatywistycznej.

Problem 5. Niech w układzie U promień światła biegnie pod kątem θ_0 do osi x w płaszczyźnie (x, y) . Poruszające się z prędkością V względem układu U zwierciadło jest równoległe do osi y . Promień odbija się od zwierciadła. Jaka jest częstość i kierunek światła odbitego?

Problem 6. Własności neutrin są intensywnie badane od ponad 60-ęciu lat. Aby dokończyć pomiaru neutrin należy dysponować odpowiednim źródłem. W eksperymencie T2K lub OPERA wykorzystywane są neutrina akceleraorowe. Wiązka neutrin produkowana jest następująco: zderza się wiązkę protonów z tarczą węglową. W wyniku zderzenia powstają mezony, głównie piony (π), które rozpadają się do neutrina mionowych, oraz elektronowych, przy okazji powstają miony i elektrony. Ich rozpad następuje w specjalnej rurze próżniowej, wokół której przyłożone jest pole magnetyczne pozwalające kontrolować ruch naładowanych pionów. Zakładając, że piony poruszają się z prędkością $0.8c$ oblicz czas ich połowicznego rozpadu w układzie spoczynkowym rury, przyjmując, że czas połowicznego rozpadu pionu wynosi $1.8 \cdot 10^{-8}$ s. Zakładając, że w wyniku zderzenia powstaje 32 000 pionów wylicz ile ich dotrze do końca rury o długości 36 m.

Problem 7. Sportowiec jedzie sankami z silnikiem odrzutowym. Długość poziomej powierzchni sanek wynosi 2 m. Czy są one w stanie przeskoczyć szczytnię o długości 1 metra, jeśli poruszają się z prędkością $40c/41$.

Problem 8. Rozważ spadek swobodny w stałym polu grawitacyjnym. Czym różni się jakościowo rozważanie ciała masywnego w stałym polu grawitacyjnym, a cząstki punktowej o pewnym ładunku w stałym polu elektrycznym np. kondensatora?