Fizyka Relatywistyczna

Krzysztof M. Graczyk

April 26, 2012

Abstract

Zadania należy przesłać na mój e-mail instytutowy. Winny być spisane w formacie LaTeX i przesłane w formacie pdf.

Problem 1. W kwantowej teorii pola często zmagamy się z całkami typu

$$\int d^4k\; k^\mu k^\nu f(k^2), \quad \int d^4k\; k^\mu k^\nu k^\alpha k^\beta f(k^2), \tag{1}$$

gdzie k jest czteropędem, $k^2 \equiv k_\mu k^\mu$. Pokaż, że pierwszą z całek można zapisać jako

$$\frac{g^{\mu\nu}}{4}\int d^4k\; k^2 f(k^2), \tag{2}$$

jak zapisać drugą całkę? Podpowiedź: zadane wyniki są całkami z tensorów, dwu- i cztero -wymiarowych, w związku z tym wynik po wycałkowaniu jest także tensorem dwu- i cztero -wymiarowym niezależnym od pędów k. Oczywiście, wszelkie rozważania poprzyj odpowiednim rachunkiem.

Problem 2. Wykaż, że miara całkowania

$$\frac{d^3\mathbf{k}}{2E_k} \tag{3}$$

jest niezmiennikiem lorentzowskim. $E_k^2 = m^2 + \mathbf{k}^2$.

Problem 3. W artyukule Adler'a i Dothan'a, Phys. Rev. 151, (1966) 151, pojawiają się dwa lematy, które pozwalają uprościć znacząco obliczanie poprawek radiacyjnych, w szczególności poprawek w podczerwieni. Udowodnij lemat pierwszy, mianowicie,

Rozważmy funkcję wektorową M_μ, która zależy od dowolnych parametrów. Załużmy, że funkcja ta nie zależy od czterowektora k_μ. Udowodnij, że jeśli

$$M_\mu k^\mu = \mathcal{O}(k^2), \tag{4}$$

wówczas

$$M^\mu = 0. \tag{5}$$

Problem 4. Rozważmy obiekt sferyczny, o bardzo dużych rozmiarach, poruszający się z prędkością relatywistyczną. Obiekt jest na tyle duży, że nie można zaniedbywać jego rozmiarów kątowych. Wykaż, że obserwator, zawsze widzi ten obiekt jako kulisty. W literaturze można znaleźć bardzo formalny dowód tego faktu bazujący na pracy Rogera Penrosa. Spróbuj udowodnić powyższe stwierdzenie bazując na elementarnych rachunkach.

Problem 5. W samolocie pasażerskim, który porusza się wokół Ziemi z dużą prędkością, umieszczono zegar cezowy. Orbita samolotu leży w płaszczyźnie równika i samolot leci z prędkością 250 m/s na wysokości 9 km nad powierzchnią Ziemi. Udowodnij, że z samej szczególnej teorii względności wynika, że wskazania zegara znajdującego się w samolocie różnią się od wskazań zegarów, które pozostały w spoczynku na Ziemi i różnice te wynoszą: $150 \cdot 10^{-9}s$ dla lotu na wschód, oraz $-262 \cdot 10^{-9}s$ dla lotu na zachód. Zastanów się najpierw, dlaczego występuje różnica pomiędzy lotami w kierunku wschodnim i zachodnim. Podstaw $R_{\bigoplus} = 6378$ km, $c = 3 \cdot 10^8$m/s. W roku 1971 Hafele i Keating przeprowadzili eksperyment tego typu chcąc przed wszystkim zbadać wpływ ziemskiego pola grawitacyjnego na rytm zegarów który w naszym obliczeniach pomijamy