Python. Równania różniczkowe

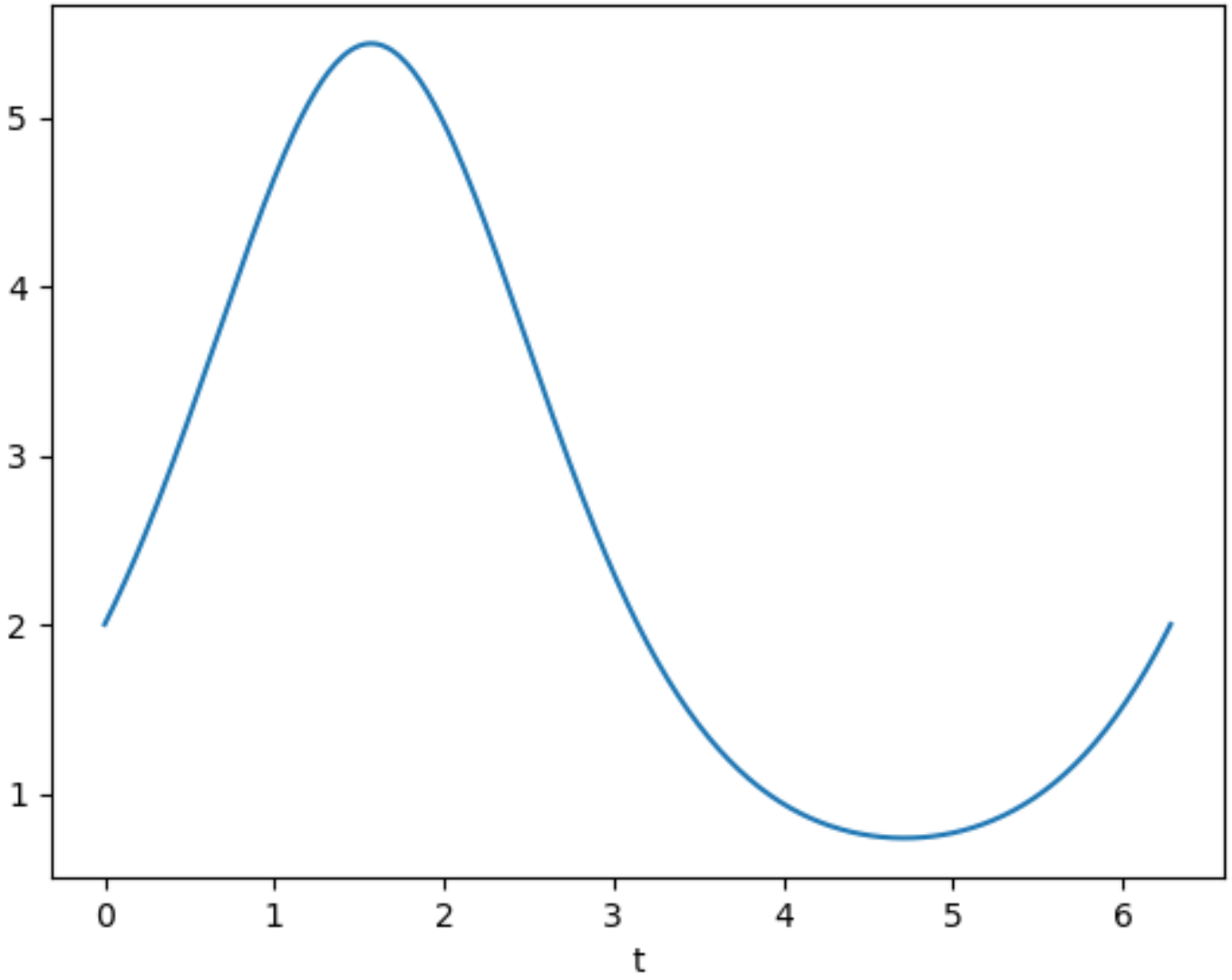
B.Kowal

26 stycznia 2022

Równanie różniczkowe 1go stopnia

```
#y'=y*cos(t)

import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
import numpy as np

def f(t, y):
  return y*np.cos(t)

t0=0.0
t1=2*np.pi
y0=[2.0]

sol = solve_ivp(f, [t0,t1], y0, max_step=0.02)

plt.plot(sol.t, sol.y[0])
plt.xlabel('t')
plt.show()
```

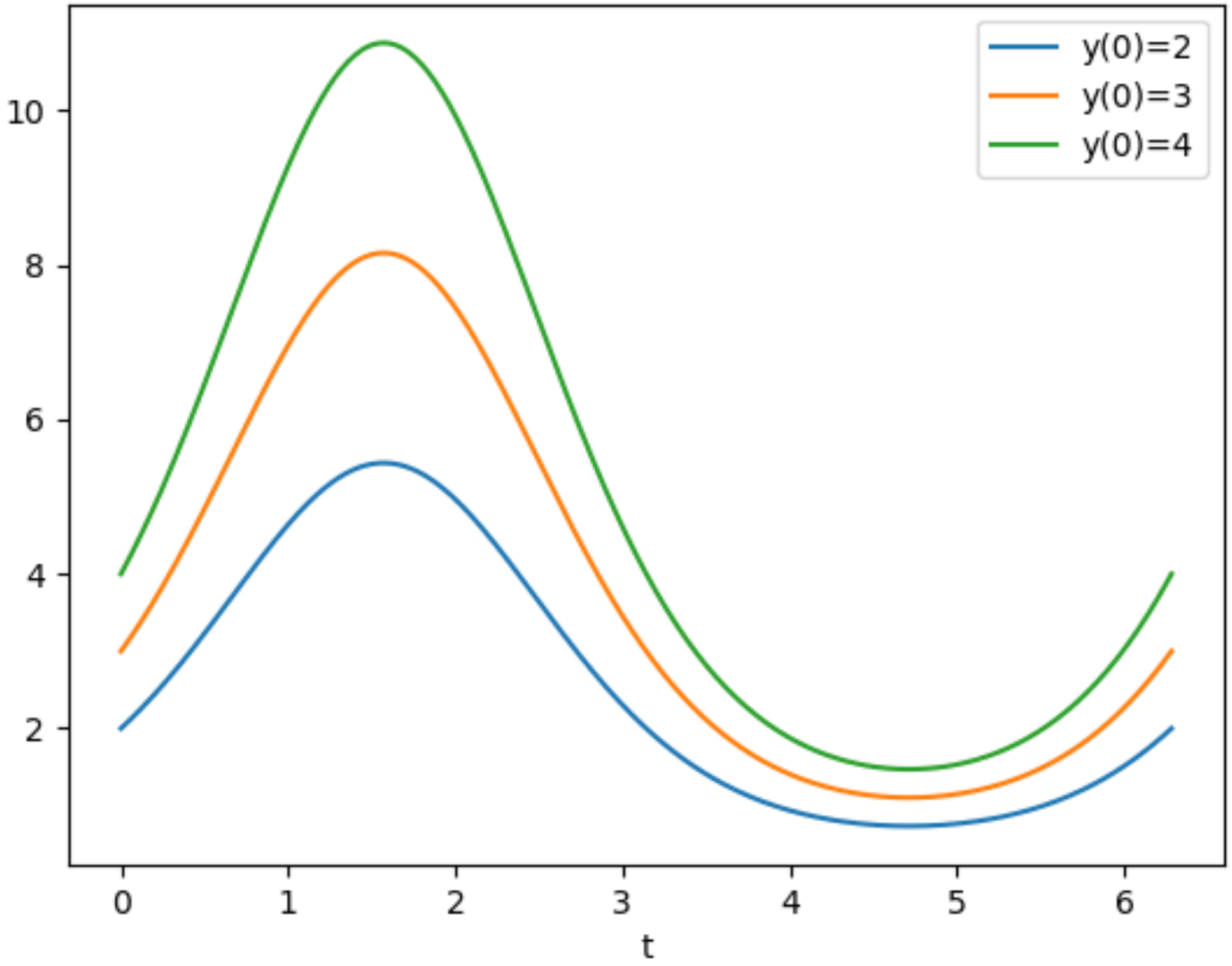
Równanie różniczkowe 1go stopnia



Różne wartości $y(t_0)$

```
#y'=y*cos(t)

import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
import numpy as np

def f(t, y):
  return y*np.cos(t)

t0=0.0
t1=2*np.pi
y0=[2.0, 3.0, 4.0]

sol = solve_ivp(f, [t0,t1], y0, max_step=0.02)

plt.plot(sol.t, sol.y[0], sol.t, sol.y[1], sol.t, sol.y[2])
plt.xlabel('t')
plt.legend(['y(0)=2', 'y(0)=3', 'y(0)=4'])
plt.show()
```

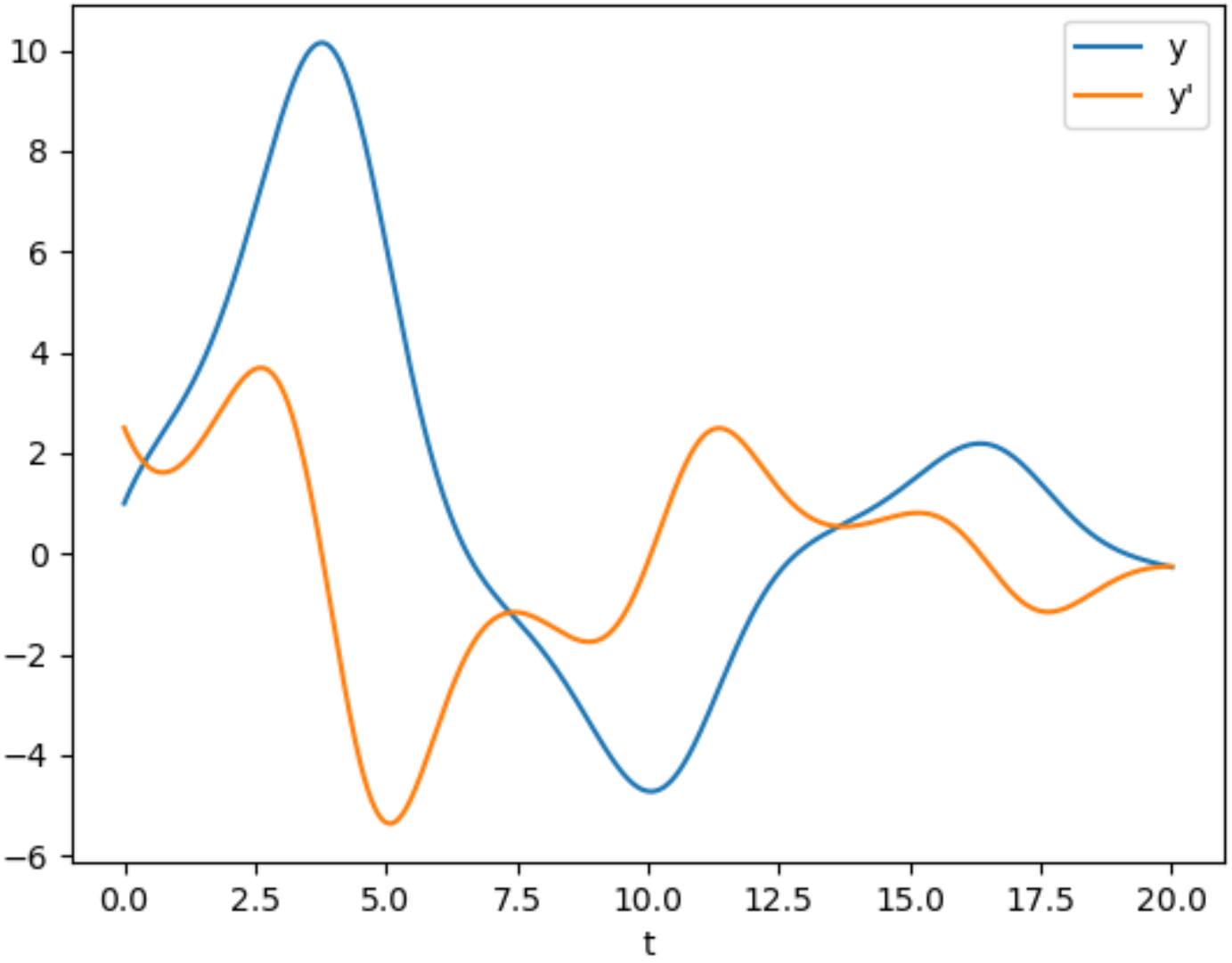
Różne wartości $y(t_0)$



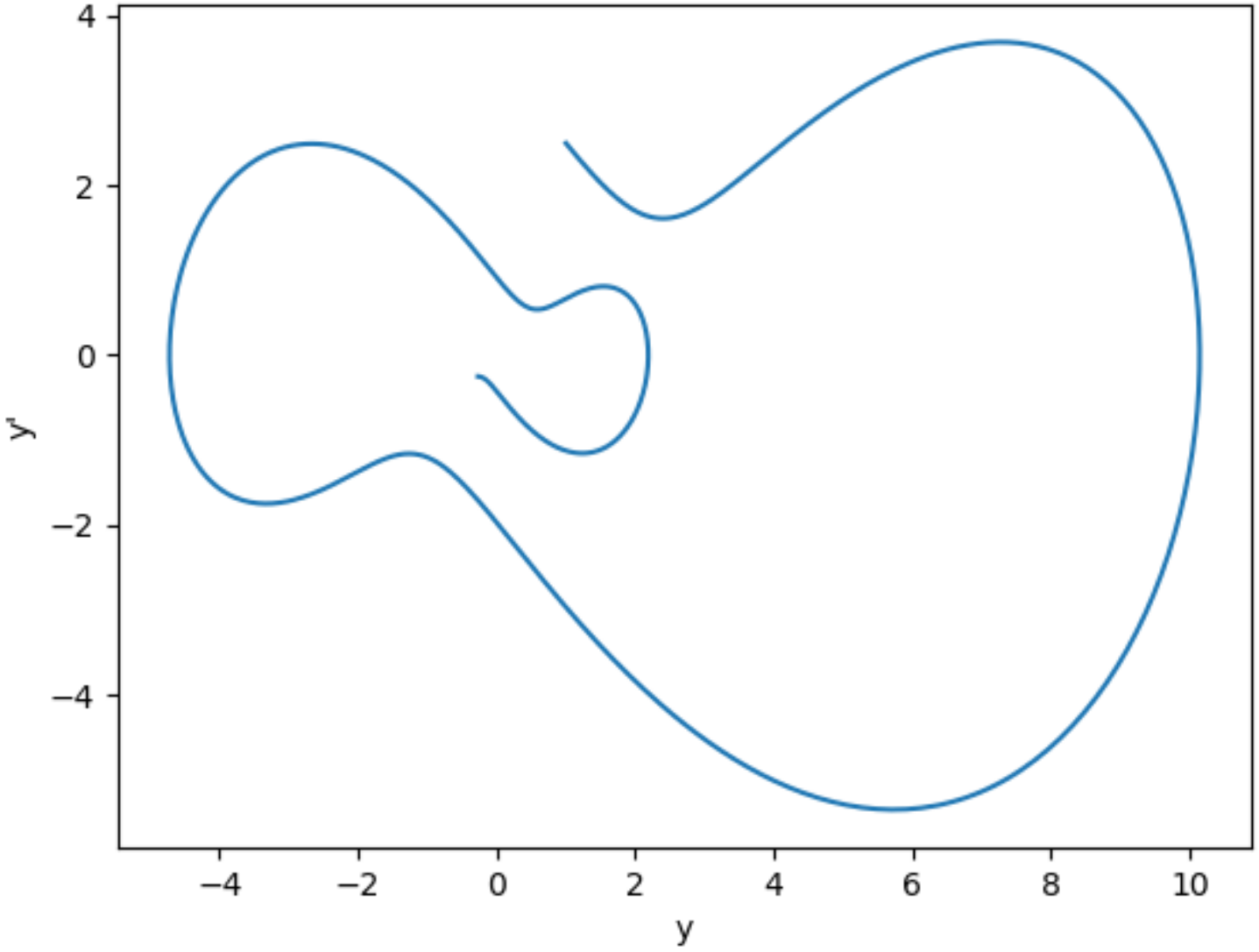
Równanie różniczkowe 2go stopnia

```
#y''=y*sin(t)-y'
#y'=z, y''=z'=y*sin(t)-z
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
import numpy as np
def f(t, y):
  return [y[1],y[0]*np.sin(t)-y[1]]

t0=0.0
t1=20.0
y0=[1.0,2.5]
sol = solve_ivp(f, [t0,t1], y0, max_step=0.02)

plt.plot(sol.t, sol.y[0], sol.t, sol.y[1])
plt.legend(['y', "y'"])
plt.xlabel('t')
plt.show()
plt.plot(sol.y[0], sol.y[1])
plt.ylabel("y'")
plt.xlabel('y')
```

Równanie różniczkowe 2go stopnia, $y(t)$ i $y'(t)$

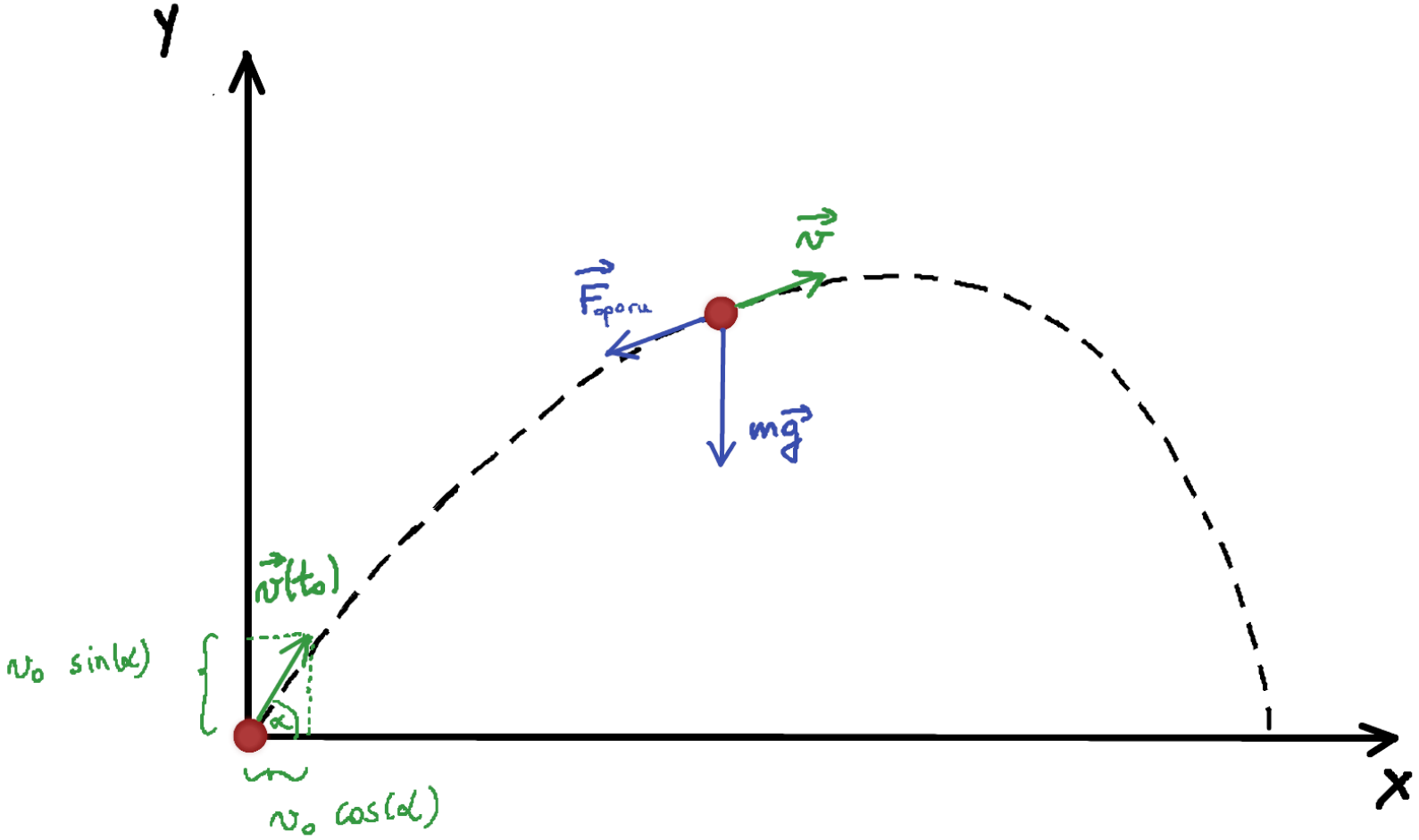


Równanie różniczkowe 2go stopnia, związek y i y'



Rzut ukośny

Rzut ukośny


y
x
$\vec{v}$
$\vec{F}_{oporu}$
$m\vec{g}$
$\vec{v}(t_0)$
$v_0 \sin(\alpha)$
α
$v_0 \cos(\alpha)$

Rzut ukośny

Kierunek poziomy ruchu:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F^x_{oporu} = -\frac{1}{2}c_w\rho A\frac{dx}{dt}|\vec{v}|$$

Kierunek pionowy ruchu:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = F^y_{oporu} - mg = -\frac{1}{2}c_w\rho A\frac{dy}{dt}|\vec{v}| - mg$$

gdzie $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$.

Warunki początkowe:

$\frac{dx}{dt}(t_0) = v_0\, cos(\alpha)$

$\frac{dy}{dt}(t_0) = v_0\, sin(\alpha)$

$x(t_0) = x_0$

$y(t_0) = y_0$

2 równania 2go stopnia $\rightarrow$ 4 równania 1go stopnia

$$\frac{dx}{dt} = x_2, \quad \frac{dy}{dt} = y_2$$

Kierunek poziomy ruchu:

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{2m} c_w \rho A x_2 |\vec{v}|$$

Kierunek pionowy ruchu:

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{1}{2m} c_w \rho A y_2 |\vec{v}| - g$$

gdzie $|\vec{v}| = \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2}$.

Warunki początkowe:

$x_2(t_0) = v_0 \, cos(\alpha)$

$y_2(t_0) = v_0 \, sin(\alpha)$

$x(t_0) = x_0$

$y(t_0) = y_0$

Czterowymiarowa funkcja:

$$[x, y, x_2, y_2]$$

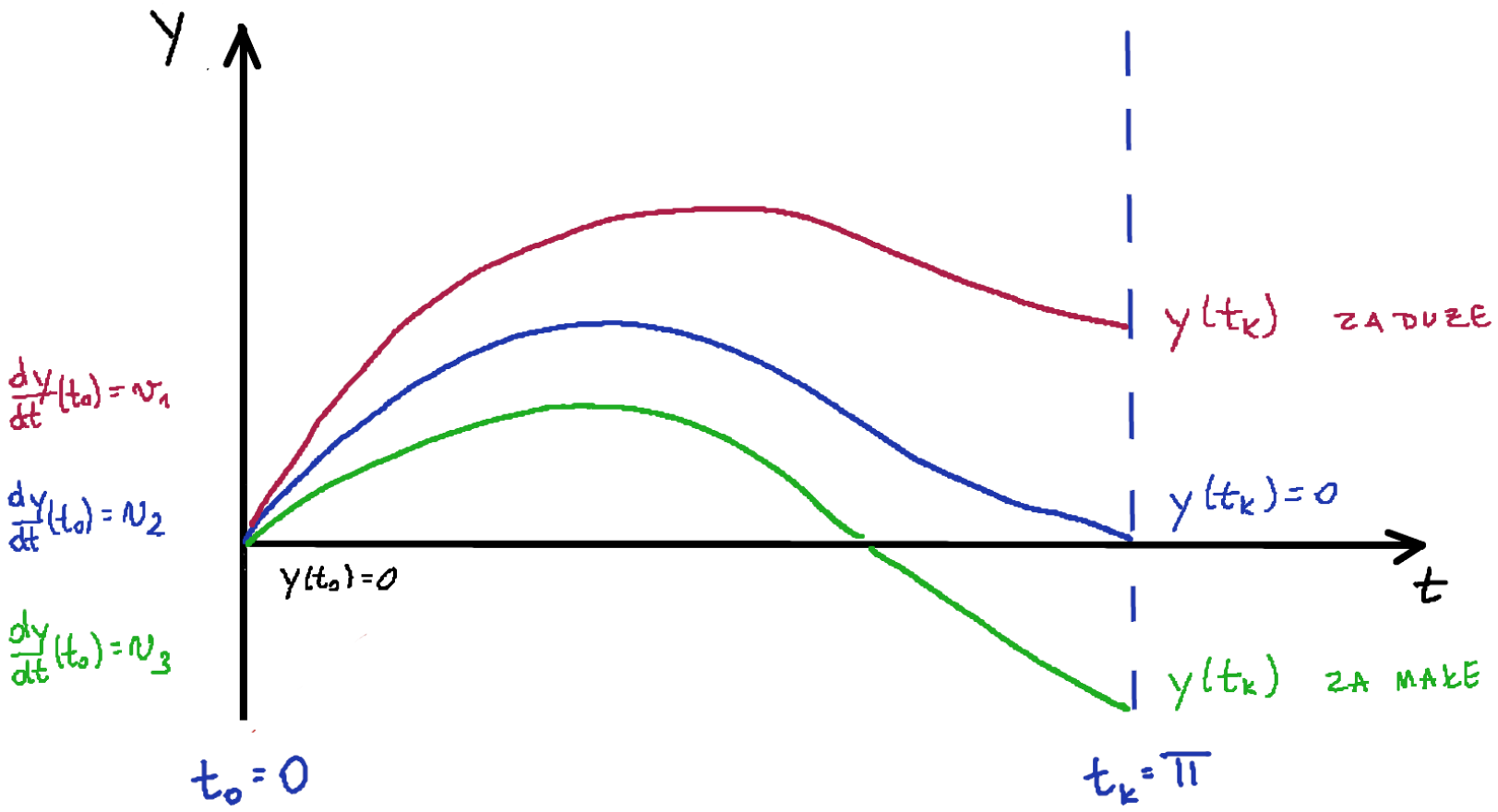
spełnia równanie

$$\frac{d}{dt}[x, y, x_2, y_2] = \left[\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dy_2}{dt}\right] =$$

$$= \left[x_2, y_2, -\frac{c_w \rho A}{2m} x_2 \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2}, -\frac{c_w \rho A}{2m} y_2 \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2} - g\right]$$

Metoda strzałów

Metoda strzałów



Metoda strzałów

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -sin(y) - 1$$

Układ dwóch równań 1go stopnia

$$\frac{dy}{dt} = y_2$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -sin(y) - 1$$

Warunki początkowe:

$y(0) = 0$

$\frac{dy}{dt}(0) = y_2(0)$ (wartość, którą trzeba dobrać tak aby $y(\pi) = 0$)