Splot funkcji Convolve[f,g,x,y]

Convolve[f,g,x,y] zwraca splot funkcji tzn: (f * g)(y) = $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, g(y-x)\, dx$

Zadanie 1

Policz spolty funkcji:

a) δ(x) i f(x)

b) δ(x+5) i f(x)

c) Π(x) i Π(x)   (HeavisidePi)

d) $e^{-x}\theta$(x) i θ(x)   (HeavisideTheta)

e) e^{-x} θ(x) i sin(x)

f) Λ(x) i $1-x^2$ (HeavisideLambda)

g)e^{-x^2} i e^{-x}

Zadanie 2

Policz

a) spolt funkcji e^-x θ(x) z e^-x θ(x)

b) splot rozwiazania z punktu a) z rozwiazaniem z punktu a) z zad 2

c) splot rozwiazania z punktu b) z rozwiazaniem z punktu b) z zad 2

d) splot rozwiazania z punktu c) z rozwiazaniem z punktu c) z zad 2

e) splot rozwiazania z punktu d) z rozwiazaniem z punktu d) z zad 2

Otrzymane funkcje przedstaw na jednym wykresie

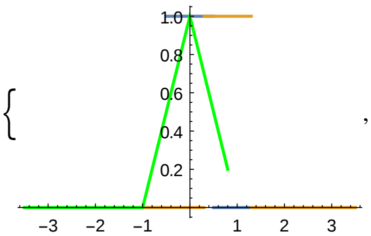
DynamicModule

Przykład:

Moduł dynamiczny rysujący funkcje, które zostaną splecione.

Podczas przesuwania suwaka rysuje się także ich splot.

```
DynamicModule[{y, f},
 f[t_] = Convolve[HeavisidePi[x], HeavisidePi[x], x, t];
 {Dynamic[Show[
    Plot[{HeavisidePi[x], HeavisidePi[y - x]}, {x, -3.5, 3.5}] ,
    Plot[f[t], {t, -3.5, y}, PlotStyle → Green] ]]
  , Slider[Dynamic[y], {-3, 3, 0.1}], Dynamic[y]} ]
```

{ 

, , 0.8}

Zadanie3

Utwórz moduł dynamiczny z suwakiem (jak w przykładzie) dla poniższych funkcji

a) $e^{-x}\theta$(x) i θ(x)   (HeavisideTheta)
b) e^{-x} θ(x) i sin(x)
c) Λ(x) i $1-x^2$ (HeavisideLambda)
d) e^{-x^2} i e^{-x}

TransformacjaFourierarównania

Poniższa funkcja zwraca Transformacje Fouriera równania lub ukadu równań

```
TransformataFourieraRownania[(r : List | Plus | Equal)[a__], x_, k_] :=
 Map[TransformataFourieraRownania [#, x, k] &, r[a]]
TransformataFourieraRownania[a_, x_, k_] := FourierTransform[a, x, k]
```

a__ - każda niezerowa liczba argumentów

(r:List|Plus|Equal) - funkcja r, która jest {},+lub==

Map[f,expr]   lub   f/@expr - działa f na każdy element expr
np:

```
Map[f, {a, b, c}]
```

$\{f(a), f(b), f(c)\}$

Przykad

Równanie dyfuzji

$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) = 0$

z warunkiem poczatkowym f(x,0)=δ(x)

```
TransformataFourieraRownania[
 {-D[ f[x, t], {x, 2}] + D[ f[x, t], {t, 1}] == 0, f[x, 0] == DiracDelta[x]}, x, k]
```

$$\left\{\mathcal{F}_x\left[f^{(0,1)}(x, t)\right](k) + k^2 (\mathcal{F}_x[f(x, t)](k)) = 0, \mathcal{F}_x[f(x, 0)](k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right\}$$

Zamieniamy FourierTransform[f[x,t],x,k] na u[k,t]:

```
rownania = TransformataFourieraRownania[
   {-D[ f[x, t], {x, 2}] + D[ f[x, t], {t, 1}] == 0, f[x, 0] == DiracDelta[x]}, x, k] /. {
   FourierTransform[f[x, 0], x, k] → u[k, 0],
   FourierTransform[f[x, t], x, k] → u[k, t],
   FourierTransform[D[f[x, t], t], x, k] → D[u[k, t], t]
  }
```

$$\left\{k^2 u(k, t) + u^{(0,1)}(k, t) = 0, u(k, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right\}$$

Rozwiązujemy równań na u[k,t]:

```
roz = DSolve[rownania, u[k, t], t]
```

$$\left\{\left\{u(k, t) \to \frac{e^{-k^2 t}}{\sqrt{2\pi}}\right\}\right\}$$

```
rozU[k_, t_] = u[k, t] /. roz[[1]]
```

$$\frac{e^{-k^2 t}}{\sqrt{2\pi}}$$

Rozwiązanie pierwotnego równania to odwrotna transformata Fouriera rozwiązania rozU[k,t]

```
rozF[x_, t_] = InverseFourierTransform[rozU[k, t], k, x]
```

$$\frac{e^{-\frac{x^2}{4t}}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{t}}$$

Zadanie4

Rozwiaz ponizsze rownania poprzez znalezienie rozwiazania ich transformacji Fouriera oraz przekształcenie rozwiazania odwrotna trzensformacja Fouriera:

a)

$$c\,\frac{\partial}{\partial x} f(x,t) + \frac{\partial}{\partial t} f(x,t) = 0$$

z warunkiem poczatkowym f(x,0)=g(x)

b)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x,t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,t) = 0$$

z warunkiem poczatkowym f(x,0)=0 , $\frac{\partial}{\partial t} f(x,0) = e^{-x^2}$

c)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x,t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,t) = 0$$

z warunkiem poczatkowym f(x,0)=0 , $\frac{\partial}{\partial t} f(x,0) = 1$

d)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x,t) - 2\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial t} f(x,t) + 2\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,t) = 0$$

z warunkiem poczatkowym f(x,0)=0 , $\frac{\partial}{\partial t} f(x,0) = 1$